

I KIẾN THỨC

A Giải tích

1 Nguyên hàm

- + Định nghĩa nguyên hàm
- + Các tính chất của nguyên hàm
- + Các phương pháp tính nguyên hàm

2. Tích phân

- + Định nghĩa tích phân
- + Tính chất của tích phân
- + Các phương pháp tính tích phân

B Hình học

1 Hệ trục tọa độ Oxyz

- + Tọa độ của điểm và vector
- + Biểu thức tọa độ các phép toán vector
- + Tích vô hướng
- + Phương trình mặt cầu

II BÀI TẬP

A GIẢI TÍCH

PHẦN 1 NGUYÊN HÀM

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $f(x) = 2x + 5\cos x + 3$. **B.** $f(x) = 2x - 5\cos x + 15$.
C. $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$. **D.** $f(x) = 2x - 5\cos x + 10$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A.** $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$. **D.** $e^x + 1 + C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A.** $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$. **B.** $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$. **C.** $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$. **D.** $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 4. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ là

- A.** $\frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x+1|$. **B.** $\frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x+1|$. **C.** $\frac{x^2}{2} + 3x + 6\ln|x+1|$. **D.** $\frac{x^2}{2} - 3x - 6\ln|x+1|$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-8}{(x+1)^3}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

- A.** $\frac{-3}{x+1} - \frac{11}{2(x+1)^2} + C$. **B.** $\frac{-3}{x+1} + \frac{11}{2(x+1)^2} + C$. **C.** $\frac{3}{x+1} + \frac{11}{(x+1)^2} + C$. **D.**
 $\frac{-3}{(x+1)^2} - \frac{11}{(x+1)^3} + C$.

Câu 6. Biết $\int \frac{x+1}{x^2-3x+2} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$ với a, b nguyên. Tính giá trị $T = a + b$.

- A.** $T = 1$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 0$.

Câu 7. Biết $\int 4\sin^2 x dx = ax + b \sin 2x + C$, ($a, b \in \mathbb{R}, C \in \mathbb{R}$). Tính $a + b$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

Câu 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2 - m}$. Số giá trị của tham số m để $F(\sqrt{2}) = \frac{7}{3}$ và $F(\sqrt{5}) = \frac{14}{3}$ là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

B. $\int \sin(2x+1) dx = \frac{1}{2} \cos(2x+1) + C.$

C. $\int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} + C.$

D. $\int (2x+1)^7 dx = \frac{(2x+1)^8}{16} + C.$

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(\ln x + 2)^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln x + 2} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{\ln x + 2} + C.$

Câu 11. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x-1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2 + 2) du.$

B. $\int 2u(u^2 + 2) du.$

C. $\int (2u^2 + 2) du.$

D. $\int 2u^2 du.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x}{\ln x + 2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \ln x + 2 + C.$

Câu 12. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1).$

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0.$

C. $\int e^x dx = e^x + C.$

D. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

Câu 13. Cho $\int f(4x) dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C.$

B. $\int f(x+2) dx = x^2 + 7x + C.$

C. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C.$

D. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C.$

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3(x^2 + 1)^{2019}$ là

A. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} \right] + C.$

B. $\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} + \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} + C.$

C. $\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} + C.$

D. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} + \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} \right] + C.$

Câu 15. Biết $\int (6 \sin 3x + 4 \cos 2x) dx = a \sin 2x + b \cos 3x + C, (a, b, C \in \mathbb{R})$, tính $a + b$.

A. -1.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Câu 16. Tìm nguyên hàm $I = \int \cos^2 x dx$

A. $I = \frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $I = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

C. $I = \frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

D. $I = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$

Câu 17. Tìm nguyên hàm của $f(x) = 4 \cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$.

- A. $4\cos x + \ln x + C$. B. $4\cos x + \frac{1}{x} + C$. C. $4\sin x - \frac{1}{x} + C$. D. $4\sin x + \frac{1}{x} + C$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(-1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}$. B. $\ln 80 + 1$. C. $\frac{1}{3}\ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$. D. $\frac{1}{3}\ln \frac{8}{5} + 1$.

Câu 19. Biết $\int \frac{5x-7}{x^2-3x+2} dx = a\ln|x-1| + b\ln|x-2| + C$, $C \in \mathbb{R}$ với a, b là các số tự nhiên, tính $a+b$.

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 20. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(5-3x)$.

- A. $\int f(x) dx = -\sin(5-3x) + C$. B. $\int f(x) dx = \sin(5-3x) + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{\sin(5-3x)}{3} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{\sin(5-3x)}{3} + C$.

Câu 21. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $F^2(e)$ là

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = 3x^3 + \sin x - 1$.

- A. $x^4 + \cos x - x + C$. B. $x^4 - \cos x - x + C$. C. $x^4 + \cos x - 1 + C$. D. $x^4 - \cos x - 1 + C$.

Câu 23. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{2-3x}$.

- A. $F(x) = -\frac{1}{3}\sqrt[3]{2-3x} + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{12}\sqrt[3]{2-3x} + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{12}(2-3x)\sqrt[3]{2-3x} + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{4}(2-3x)\sqrt[3]{2-3x} + C$.

Câu 24. Biết hàm số $F(x) = (a\sin x - 2b\cos x)e^x$, ($a; b \in \mathbb{R}$) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\sin x + \cos x)e^x$, và $F(1) = 4$, tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 5$. B. $S = 10$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

Câu 25. Xác định $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{1+3\cos x}$, khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $2t dt = -3\sin x dx$. B. $\frac{2\cos x + 1}{\sqrt{1+3\cos x}} = \frac{2t^2 + 1}{t}$.
C. $I = -\frac{2}{3} \int (2t^2 + 1) dt$. D. $I = -\frac{4}{9} (1+3\cos x) \sqrt{1+3\cos x} - \frac{2}{3} \sqrt{1+3\cos x} + C$.

Câu 26. Xác định $I = \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{e^x - 1}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int (2t^2 + 1) dt$. B. $I = 2 \int (t^2 + 1) dt$. C. $I = 2 \int (2t^2 - 1) dt$. D. $I = \frac{1}{2} \int (t^2 + 1) dt$.

Câu 27. Xác định $I = \int \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt[3]{x+1}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = 3 \int (t^3 + 1) dt$. B. $I = 3 \int (t^4 + 1) dt$. C. $I = 3 \int (t^4 + t) dt$. D. $I = 3 \int (t^4 + 2t) dt$.

Câu 28. Biết hàm số $\int \frac{2x-3}{x^2+2x+1} dx = m\ln|x+1| + \frac{n}{x+1} + C$; ($m; n; C \in \mathbb{R}$), tính $S = m^2 + 2n$.

A. $S = -6$.

B. $S = 10$.

C. $S = 14$.

D. $S = 12$.

Câu 29. Nguyên hàm của hàm số $\frac{x^2}{\sqrt[3]{1+x^3}}$ bằng

A. $\frac{\sqrt[3]{1+x^3}^2}{2} + C$.

B. $\frac{2x}{\sqrt[3]{1+x^3}} + C$.

C. $\frac{x^3}{3\sqrt[3]{1+x^3}} + C$.

D. $\frac{2\sqrt[3]{1+x^3}^2}{3} + C$.

Câu 30. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3\cos x \sin^2 x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

A. $F(x) = \sin^3 x - 2$.

B. $F(x) = \sin^3 x$.

C. $F(x) = \frac{3\cos^2 x}{2} - \frac{3\cos^4 x}{4} - 1$.

D. $F(x) = \frac{3\cos^2 x}{2} - \frac{3\cos^4 x}{4}$.

Câu 31. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} + C$.

Câu 32. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{2x+1}$.

A. $2\ln(2x+1) + C$.

B. $\frac{1}{2}\ln(2x+1) + C$.

C. $\ln(2x+1) + C$.

D. $-\frac{1}{2x+1} + C$.

Câu 33. Biết $F(x) = (ax+b)e^x$ là nguyên hàm của hàm số $y = (2x+3)e^x$. Khi đó $a+b$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

A. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

B. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.

C. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$.

D. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 35. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) - \int \ln(2x+1) dx$.

B. $\int x \ln(2x+1) dx = \frac{x^2 \ln(2x+1)}{2} - \int \ln(2x+1) dx$.

C. $\int x \ln(2x+1) dx = \frac{x^2 \ln(2x+1)}{2} - \int \frac{x^2}{2(2x+1)} dx$.

D. $\int x \ln(2x+1) dx = \frac{x^2 \ln(2x+1)}{2} - \int \frac{x^2}{2x+1} dx$.

Câu 36. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x e^{2x+1} dx = \frac{x e^{2x+1}}{2} - \int 2 e^{2x+1} dx$.

B. $\int x e^{2x+1} dx = e^{2x+1} - \int \frac{x e^{2x+1}}{2} dx$.

C. $\int x e^{2x+1} dx = \frac{x e^{2x+1}}{2} - \int \frac{e^{2x+1}}{2} dx$.

D. $\int x e^{2x+1} dx = \frac{x e^{2x+1}}{2} - \int e^{2x+1} dx$.

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x e^x$ là

A. $\frac{1}{5} x^5 + (x-1) e^x + C$.

B. $4x^3 + (x+1) e^x + C$.

C. $\frac{1}{5} x^5 + x e^x + C$.

D. $\frac{1}{5} x^5 + (x+1) e^x + C$.

Câu 38. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$

A. $\int f(x)dx = x \ln x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \ln x + C$.

C. $\int f(x)dx = x(\ln x - 1) + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x + C$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x + 3)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2023)$ bằng

A. $-\frac{2021}{4046}$

B. $-\frac{2022}{2023}$

C. $-\frac{2023}{4050}$

D. $-\frac{2021}{2023}$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}; f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1) - f(0)$ bằng

A. $\frac{1}{90}$.

B. $-\frac{1}{90}$.

C. $-\frac{1}{72}$.

D. $\frac{1}{72}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ là

A. $xe^x + x + C$.

B. $(x+1)e^x + C$.

C. $xe^{-x} + x + C$.

D. $(x-1)e^x + C$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ thỏa mãn $x(x+2).f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ và $f(1) = -6\ln 3$. Biết $f(3) = a + b.\ln 5$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị của $a - b$ bằng

A. 20.

B. 10.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -20x^3 + 6x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(-1) = 2$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 3$, khi đó $F(2)$ bằng

A. -17.

B. -1.

C. -15.

D. -74.

Câu 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C$.

B. $-\sin x + 3x^2 + C$.

C. $\sin x + 6x^2 + C$.

D. $-\sin x + C$.

Câu 45. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

A. $2e^x + \tan x + C$

B. $2e^x - \tan x + C$

C. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$

D. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x - \cos x + C$,

B. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$, **C.**

$\int f(x)dx = x + \cos x + C$, **D.** $\int f(x)dx = \cos x + C$,

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -\sin x + x^2 + C$.

B. $\int f(x)dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x)dx = \sin x - x^2 + C$.

D. $\int f(x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$ thỏa mãn $f(1) = 26$ và $f(x) = x.f'(x) - 8x^3 - 5x^2$. Tính $f(4)$.

A. 400.

B. 2020.

C. 404.

D. 2022.

Câu 49. Tính $\int x^2 (2x^3 - 1)^3 dx$

A. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{24} + C.$

B. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{4} + C.$

C. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{4}.$

D. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{24}.$

Câu 50. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$

A. $\int f(x) dx = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C.$

PHẦN II TÍCH PHÂN

Câu 51. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. 61.

B. $\frac{61}{3}.$

C. $\frac{61}{9}.$

D. 4.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ và $f'(x) = \frac{2}{\sin^2 x} + 1, \forall x \in (0; \pi)$. Khi đó $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} + \pi.$

B. $\ln 2 - \frac{\pi^2}{32} + \pi.$

C. $-\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi.$

D. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi.$

Câu 53. Nếu $\int_0^{\ln 3} [f(x) + e^x] dx = 6$ thì $\int_0^{\ln 3} f(x) dx$ bằng

A. $6 + \ln 3.$

B. $6 - \ln 3.$

C. 4.

D. 8.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \square , thỏa mãn $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = 10$. Tính

$$I = \int_0^{\pi} f(x) dx.$$

A. $I = 4.$

B. $I = 8.$

C. $I = 12.$

D. $I = 6.$

Câu 55. Gọi a, b là các số nguyên sao cho $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = 2ae^2 + be$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Câu 56. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a - \frac{\pi}{b} (a, b \in \square)$. Tính $S = a + b^2$.

A. $S = 5.$

B. $S = 17.$

C. $S = 2.$

D. $S = 26.$

Câu 57. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2).$

B. $(-\infty; 0).$

C. $(0; 4).$

D. $(-3; 1).$

Câu 58. Biết $\int_1^2 \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx = a + \ln b$. Giá trị của biểu thức $T = a - b$ là

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 59. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$ bằng

- A. $e - 1$. B. $e + 1$. C. $1 - e$. D. e .

Câu 60. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$, giá trị của $\int_0^1 f(2x+1) dx$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 61. Th tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$.

Câu 62. ch phân $\int_0^2 4048(2x-1)^{2023} dx$ bằng

- A. $2 \cdot 3^{2024} - 2$ B. $3^{2024} - 1$ C. $3^{2024} + 1$ D. $2 \cdot 3^{2024} + 2$

Câu 63. Biết rằng $\int_0^1 x e^{x^2+2} dx = \frac{a}{2} (e^b - e^c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $a - b + c$ bằng

- A. 6. B. 0. C. 7. D. 4.

Câu 64. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$, tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3 \cos x f(\sin x) - 2] dx$

- A. $I = 9 - \pi$. B. $I = 3 - 2\pi$. C. $I = 9 - 2\pi$. D. $I = 3 + 2\pi$.

Câu 65. Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(2x+1) dx$.

- A. $I = 12$. B. $I = 3$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 6$.

Câu 66. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1 + \ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. B. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt$. C. $I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. D. $I = 2 \int_1^2 t^2 dt$.

Câu 67. Biết $I = \int_1^2 (3x^2 + 2x) \ln x dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + 6b$

- A. $\frac{49}{6}$ B. $-\frac{49}{6}$ C. 11 D. -11

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1) f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -12$. C. $I = -8$. D. $I = 10$.

Câu 69. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = a + b\pi$, với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị $S = a + 2b$ bằng

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$.

Câu 70. Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ bằng

- A. $1 - \ln 2$. B. $1 - \frac{2}{e}$. C. $\frac{13}{50}$. D. $1 + \frac{2}{e}$.

Câu 71. Biết tích phân $I = \int_0^m xe^x dx = 1$, hỏi số thực m thuộc khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(-3; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(2; 4)$.

Câu 72. Cho $\int_0^1 xe^{2022x} dx = ae^{2022} + b, a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2021}$. B. $\frac{1}{2022}$. C. 2022. D. 2021.

Câu 73. Biết $\int_1^4 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số hữu tỉ, $b; c$ là số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $T = 2a + 3b + c$.

- A. $T = -12$. B. $T = 13$. C. $T = 12$. D. $T = -13$.

Câu 74. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị $S = a - 2b$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 2. D. 10.

Câu 75. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ bằng

- A. 7. B. $5 + \frac{\pi}{2}$. C. 3. D. $5 + \pi$.

Câu 76. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -3. B. 12. C. -8. D. 1.

Câu 77. Cho $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 78. Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 79. Biết rằng $\int_0^1 xe^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 80. Với cách đổi biến $u = \sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}} dx$ trở thành

- A. $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. B. $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$. C. $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$. D. $\frac{2}{9} \int_1^2 \frac{u^2 - 1}{u} du$.

Câu 81. Biết $I = \int_0^4 \frac{1}{3 + \sqrt{2x+1}} dx = a + b \ln \frac{2}{3}$, với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - b = 5$. B. $a + b = 3$. C. $a - b = 3$. D. $a + b = 5$.

Câu 82. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 e^{x+1} dx$.

A. $I = e^2$.

B. $I = e^3$.

C. $I = e^2 - 1$.

D. $I = e^3 - 1$.

Câu 83. Tính tích phân $I = \int_1^e \left(x^{2018} + \frac{1}{x} \right) dx$.

A. $I = \frac{e^{2019} - 2018}{2019}$.

B. $I = \frac{e^{2019} + 2018}{2019}$.

C. $I = \frac{e^{2019} - 1}{2019}$.

D. $I = \frac{e^{2019} + 1}{2019}$.

Câu 84. Có bao nhiêu giá trị của a thỏa mãn $\int_0^a (3x+1) dx = 2a+4$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 85. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx$.

A. $I = \frac{\pi}{4}$.

B. $I = \frac{\pi}{2}$.

C. $I = \pi$.

D. $I = \frac{\pi^{2019}}{2019}$.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f'(x) = \frac{2x+1}{e^x}$, $f(0) = 1$. Giá trị $f(1)$ bằng

A. $\frac{1}{e}$.

B. $\frac{3}{e^2}$.

C. $\frac{2}{e}$.

D. $\frac{3}{e}$.

Câu 87. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-2)e^x + e^x + C$.

B. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$.

C. $(x-1)e^x + C$.

D. $(x+1)e^x + C$.

Câu 88. Cho hàm số $f'(x)$ thỏa $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 \cdot [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{41}{100}$.

B. $-\frac{1}{10}$.

C. $-\frac{391}{400}$.

D. $-\frac{1}{40}$.

Câu 89. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + \frac{\sqrt{2}b}{2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó tính giá trị của $a-b$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{10}$.

D. 0.

Câu 90. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $f(1) = 1, f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}, \forall x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4 < f(5) < 5$.

B. $5 < f(5) < 6$.

C. $2 < f(5) < 4$.

D. $6 < f(5) < 7$.

B. PHẦN HÌNH HỌC-HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ Oxyz

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

A. $(-1; 2; -3)$.

B. $(2; -3; -1)$.

C. $(2; -1; -3)$.

D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tọa độ điểm B, biết M là trung điểm của AB, là

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $B(-4; 9; 8)$.

C. $B(5; 3; -7)$.

D. $B(5; -3; -7)$.

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 1; -1)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|\vec{a}| = \sqrt{6}$.

B. $|\vec{b}| = \sqrt{3}$.

C. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

D. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (x; 1-x; 2)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để $|\vec{a} + \vec{b}| = 5$.

A. $\{-1\}$.

B. $\{1, 3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{-1, 3\}$.

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (0; 1; 1)$. Tìm tọa độ vector $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$.

A. $(4; 7; 2)$.

B. $(-3; 3; 6)$.

C. $(4; -7; 2)$.

D. $(3; -6; -2)$.

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 1; 1)$, $B(1; 2; 0)$, $C(-1; 2; 2)$ và $A'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm D' .

A. $(2; 0; -3)$.

B. $(-2; 0; 3)$.

C. $(2; 1; -1)$.

D. $(0; 2; -1)$.

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oyz) .

A. $(-1; 2; 3)$.

B. $(1; -2; 3)$.

C. $(1; 2; -3)$.

D. $(1; 2; 0)$.

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° , biết $|\vec{u}| = 3$ và $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$.

A. $|\vec{u} + \vec{v}| = 19$.

B. $|\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{3}$.

C. $|\vec{u} + \vec{v}| = 12$.

D. $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}$.

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) .

A. $(1; 2; 0)$.

B. $(0; 2; 3)$.

C. $(1; 0; 3)$.

D. $(0; 0; 3)$.

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 0; -2)$ và $\vec{b} = (-1; 1; 2)$. Gọi α là góc giữa hai vector \vec{a} và \vec{b} , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{6}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{6}$.

C. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -1)$ và $\vec{b} = (x; 1-x; 2x+1)$. Tìm x để \vec{a} vuông góc với \vec{b} .

A. $x = 1$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = 4$.

D. $x = -2$.

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(1; 3; -4)$. Gọi P là điểm bất kì trên mặt phẳng (Oxz) , tính giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$.

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m-1; 2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vector \vec{x} là:

A. $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

B. $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

C. $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

D. $\vec{x} = \left(-4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 4.

D. $5\sqrt{2}$.

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}(1; 2; 3)$; $\vec{b}(2; 2; -1)$; $\vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7;0;-4)$ B. $\vec{d}(-7;0;4)$ C. $\vec{d}(7;0;-4)$ D. $\vec{d}(7;0;4)$

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}|=4$, $|\vec{v}|=3$. Tính $|\vec{u}+\vec{v}|$

- A. 15. B. -1. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $|\vec{a}|=7$, $|\vec{b}|=4$. Giá trị lớn nhất của $|\vec{a}-2\vec{b}|$ là

- A. 15. B. -1. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;4)$ và $B(0;1;2)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$.

- A. $(1;1;0)$ B. $(1;2;0)$. C. $(-1;0;1)$. D. $(-1;-1;0)$.

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(0;1;2)$ và $C(a;b-1;2)$, $(a;b \in \mathbb{R})$. Biết A, B, C thẳng hàng, tính giá trị $P=a^2+b^2$.

- A. $P=6$. B. $P=8$. C. $P=4$. D. $P=5$.

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Gọi M là điểm bất kì trên mặt phẳng (Oxy) , tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA^2+MB^2$.

- A. $P=14$. B. $P=12$. C. $P=10$. D. $P=16$.

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tất cả các giá trị m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu là

- A. $m>6$. B. $m\geq 6$. C. $m\leq 6$. D. $m<6$.

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2=MB^2+MC^2$ là mặt cầu có bán kính là

- A. $R=2$. B. $R=\sqrt{3}$. C. $R=3$. D. $R=\sqrt{2}$.

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-4z-1=0$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2;1;-2), R=2\sqrt{2}$. B. $I(2;-1;2), R=\sqrt{10}$. C. $I(-2;1;-2), R=2\sqrt{2}$. D. $I(2;-1;2), R=\sqrt{10}$.

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;-2;3)$ và $M(0;1;5)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua M là

- A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=14$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{14}$. D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{14}$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-3)$; $B(0;3;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là :

- A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$ B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$
C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$ D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $S: x-3^2+y+1^2+z-1^2=4$. Tâm của S có tọa độ là

- A. $-3;1;-1$. B. $3;-1;1$. C. $3;-1;-1$. D. $3;1;-1$.

Câu 117. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tọa độ tâm (I) của mặt cầu là

- A.** $(2;-1;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(0;0;-2)$. **D.** $(0;0;0)$.

Câu 118. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(1;3;0)$, $C(-1;0;3)$, $D(1;2;3)$. Tính bán kính R của (S) .

- A.** $R = 2\sqrt{2}$. **B.** $R = 3$. **C.** $R = 6$. **D.** $R = \sqrt{6}$.

Câu 119. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

- A.** $R = 2$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.